

PRECISÃO NO CÁLCULO DE ÁREAS PLANAS POR PERFILAMENTO A LASER 1: QUANTIDADE DE PONTOS POR M² PARA A GERAÇÃO DO MDT

Fabricio Muller¹, Anderson Roberto da Silva², Roberto Eugenio Bertol³, Simone Montenegro Kraemer⁴

¹Engenheiro civil, Intertechne Consultores S.A., fm@intertechne.com.br

²Eng^o Cartógrafo, Intertechne Consultores, S. A, ardsa@intertechne.com.br

³Superintendente de Estudos Básicos, Intertechne Consultores S.A., reb@intertechne.com.br

⁴Eng^a Cartógrafa, chefe do departamento de cartografia da Intertechne Consultores S.A, smk@intertechne.com.br

RESUMO: Modelos Digitais do Terreno (MDT) são representações da topografia que têm por objetivo a obtenção de diversos produtos topográficos, tais como cálculos de áreas e volumes de reservatórios. Tais modelos possuem erros inerentes à imprecisão dos dados que foram utilizados para a sua elaboração, o que por sua vez irá gerar imprecisões nos diversos produtos que dele forem derivados. O objetivo deste trabalho é analisar o impacto da quantidade de pontos por m² na precisão do cálculo da área numa determinada elevação através de simulações Monte Carlo. A metodologia é avaliada em duas áreas (uma menor, com cerca de 0,05 km² e outra, maior, com cerca de 16 km²).

As análises efetuadas mostraram que, numa área calculada por triangulação, a grandeza AMR_r (área média relativa dos triângulos), dada pela razão entre o tamanho médio dos triângulos em m² e a área total calculada em km², é um bom indicativo da precisão no cálculo da área.

PALAVRAS-CHAVE: Perfilamento a LASER, Simulação Monte Carlo, LASER, Triangulação, TIN.

INTRODUÇÃO: Quando se calcula uma área de um reservatório a partir de um MDT obtido por perfilamento a LASER, a avaliação da quantidade de pontos por m² para a geração do MDT é de grande importância. Na análise destas questões, o presente artigo propõe uma metodologia estatística que, através de simulações Monte Carlo, avalia a precisão no cálculo de áreas planas (caso típico de reservatórios) em função da quantidade de pontos observados. O método de simulação de Monte Carlo é uma ferramenta matemática comumente utilizada em diversos segmentos da ciência e da engenharia para simular problemas que podem ser representados por processos estocásticos, no qual se utiliza uma sequência de números aleatórios para a realização de uma simulação (YORIYAZ, 2009). O método de Monte Carlo tem sido utilizado para a avaliação da incerteza dos dados gerados a partir de um MDT (ZANDBERGEN, 2011; ALVAREZ, 2012; POHJOLA ET AL., 2009; WECHSLER, 1999; HUNTER E GOODCHILD, 1997).

MATERIAL E MÉTODOS No presente estudo, pelo método de Monte Carlo excluem-se porcentagens pré-estabelecidas de pontos de forma aleatória, em diversas séries, e calculam-se as respectivas áreas. A análise da variação destas áreas permite verificar o quanto a resolução de pontos por m² afeta na precisão do cálculo da área de um reservatório. A partir de uma nuvem de pontos obtidos por perfilamento a LASER, deve-se calcular a área plana que passa por uma determinada elevação. Para este fim, inicialmente é gerado um conjunto de superfícies de faces triangulares planas (triangulação), designada por rede irregular de triângulos (TIN). Devido à quantidade de pontos existentes e pelas variações de precisão a serem calculadas individualmente, o algoritmo de triangulação e cálculo de área foi desenvolvido em ambiente *Fortran* (BOURKE, 1989), obtendo um melhor desempenho computacional para esta finalidade. Posteriormente a área é obtida pela soma das áreas das projeções dos triângulos acima ou abaixo da cota escolhida (conforme o caso) no plano desta cota. Em casos de reservatórios o interesse reside no cálculo da área abaixo de determinada cota. No presente artigo, por outro lado, é calculada a área acima de níveis pré-estabelecidos. Como o trabalho se concentra no estabelecimento de uma metodologia de avaliação dos erros no cálculo de áreas planas, pressupõe-se que a diferença conceitual não invalida os resultados e a análise obtidos. A metodologia para avaliar a precisão da área calculada com a redução de pontos observados é feita conforme segue. Depois de estabelecida a porcentagem de pontos retirados para certo caso, gera-se um número aleatório uniforme entre 0 e 100, correspondente a cada coordenada x,y,z. Caso o número gerado seja maior que a porcentagem pré-estabelecida, se mantém a coordenada para o cálculo da

área; caso contrário, a coordenada é retirada. A área é calculada com os dados não eliminados. Para avaliar o efeito da redução da densidade de pontos sobre o cálculo da área foram retiradas aleatoriamente quantidades crescentes de pontos observados. Para cada caso de retirada de pontos foi calculada a área e, a partir disto, foi avaliada a variação da área calculada em função da quantidade de pontos retirados. São 21 os cenários de retirada de pontos de 5% a 99,9%. Para cada um destes cenários foram feitas 50 simulações de retiradas de coordenadas. São consideradas duas áreas com terrenos razoavelmente ondulados para o cálculo de áreas planas. Para ambos os casos, foram utilizados pontos no terreno, ou seja, a nuvem de pontos já passou pelo processo de filtragem. A primeira com 48.453 m² na elevação 1440 m localiza-se numa região com cobertura vegetal densa, sendo que para o perfilamento a Laser teve uma altura de voo de 1200 m, obtendo uma densidade de pontos no terreno de 0,08 por m², resultando aproximadamente um ponto a cada 3,5 m. Esta área será chamada de área menor. A segunda, com 16.127.548 m² na elevação 875 m localiza-se numa região de savana, sendo que para o perfilamento a Laser teve uma altura de voo de 2000 m, obtendo uma densidade de pontos no terreno de 0,03 por m², resultando aproximadamente um ponto a cada 5,7 m. Esta área será chamada de área maior. As Figuras 1 e 2 apresentam o contorno e a visão tridimensional respectivamente das áreas menor e maior.

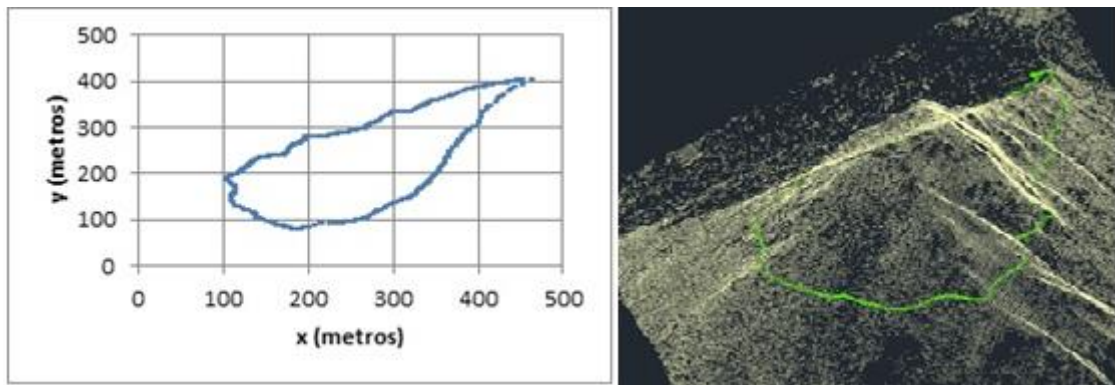


Figura 1: Área menor – contorno e visão tridimensional.

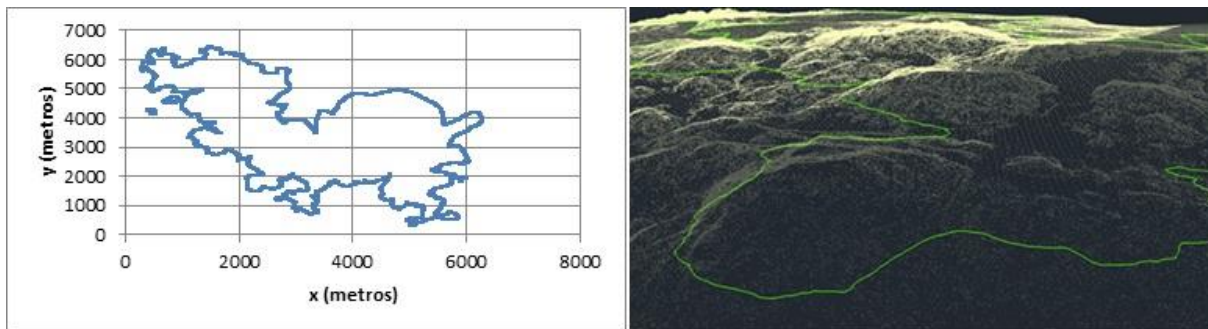


Figura 2: Área maior – contorno e visão tradicional.

Uma maneira interessante de observar o efeito da retirada dos pontos é através da própria inspeção visual da triangulação com mais ou menos pontos. Para mostrar isto, a Figura 3 (à esquerda) apresenta a triangulação da área menor com todos os pontos e a área resultante na elevação 1440 m, enquanto que a Figura 3 (centro) apresenta a imagem respectiva para um caso com retirada de 99% de pontos. A partir dos dados apresentados, a Figura 3 (à direita) apresenta as áreas sem retirada e com 99% de retirada de pontos. Intuitivamente, espera-se que os pontos da Figura 3 (à esquerda), que apresentam em média triângulos menores, levem a uma precisão maior no cálculo da área do que aqueles da Figura 3 (centro), que tendem a ter triângulos maiores. A partir disto, relacionou-se a área média dos triângulos com a precisão do cálculo das áreas, conforme apresentado na continuação.

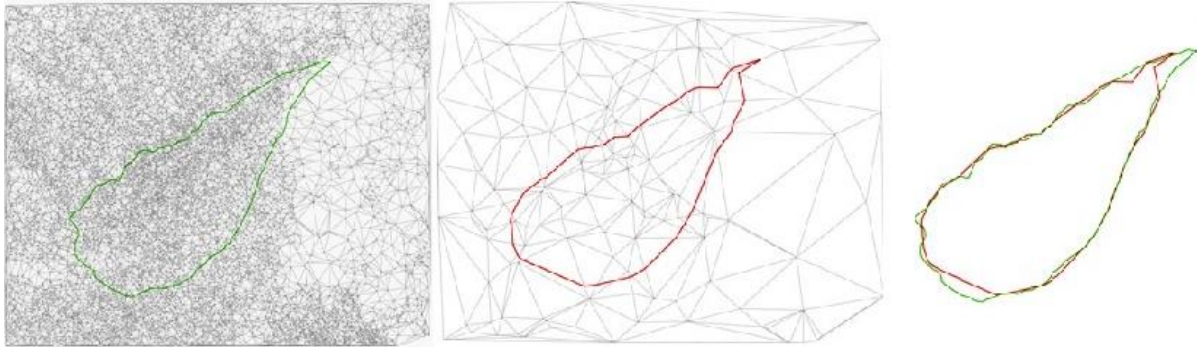


Figura 3: Área menor – triangulação e área na elevação 1140 m considerando: todos os pontos (à esquerda); considerando a retirada de 99% dos pontos (centro); casos sem retirada em verde e com retirada de 99% dos pontos em vermelho (à direita).

Para avaliar a variação da área com a variação do ruído são considerados testes que indicam o erro médio ($RMSE$ e $\%RMSE$) e a tendenciosidade ($BIAS$ e $\%BIAS$) das áreas geradas por Monte Carlo. O $RMSE$ (*Root Mean Square Error* – raiz do erro médio quadrático), em m^2 , e o $\%RMSE$, que é o erro médio em relação à área original em %, são apresentados abaixo:

$$\%RMSE = \frac{RMSE}{A_o} \times 100 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (A_i - A_o)^2}{N}}}{A_o} \times 100 \quad (1)$$

Onde N = número de séries de retirada de pontos para cada um dos 21 cenários (N é igual a 50 no presente estudo); A_i = área sintética (m^2) calculada por triangulação para cada série i de retirada de pontos; A_o = é a área calculada para o levantamento laser base em m^2 (igual a 48.453 m^2 para a área menor e igual a 16.127.548 m^2 para a área maior). O $BIAS$ ou tendenciosidade, em m^2 , é a diferença entre a média das séries em relação à área original, e o $\%BIAS$ é o valor do $BIAS$ em relação à área original em %. Estas grandezas são apresentadas abaixo:

$$\%BIAS = \frac{BIAS}{A_o} \times 100 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^N (A_i - A_o)}{N}}{A_o} \times 100 \quad (2)$$

Como as áreas são calculadas por triangulação, a cada umas das 50 i séries de cada um dos 21 cenários de retirada de pontos corresponde uma área média dos triângulos A_{t_i} . Para cada cenário é então calculada \bar{A}_t , que é a média das áreas dos triângulos entre as séries. Para relacionar a área média dos triângulos com a área original, foi estabelecida grandeza AMR_t (área média relativa dos triângulos). Estas grandezas são apresentadas abaixo:

$$AMR_t = \frac{\bar{A}_t}{A_o (km^2)} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{A_{t_i}}{N}}{A_o (km^2)} \quad (3)$$

Para facilidade de utilização, $A_o (km^2)$ é o A_o em km^2 .

RESULTADOS E DISCUSSÃO: A partir do exposto anteriormente, a Tabela 1 apresenta os resultados das simulações de retirada de pontos. Note-se que a simulação com o cenário de retirada de 99,9% de pontos na área menor não apresenta valores, porque o programa não conseguiu convergir neste caso. A partir da Tabela 1, a Figura 4 apresenta os resultados respectivamente de $\%RMSE$ e $\%BIAS$ em função de AMR_t para a área menor, e a Figura 5 apresenta os resultados correspondentes para a área maior. Uma análise da Tabela 1 e das Figuras 4 e 5 permitem as conclusões a seguir. Pode-se estabelecer que, para as áreas analisadas, o AMR_t em torno de 200 m^2/km^2 apresentou precisões satisfatórias ($\%RMSE$ de 0,18% para a área menor, e de 0,52% para a área maior). Para a área

maior, tanto o %*RMSE* quanto o módulo de %*BIAS* se mantêm na casa dos 0,2% até $AMR_t \sim 100 \text{ m}^2/\text{km}^2$. Nesta região existe um ponto de inflexão e as duas grandezas aumentam de maneira brusca, chegando em 4% quando o $AMR_t \sim 1000 \text{ m}^2/\text{km}^2$. Para a área menor, o AMR_t já se inicia com valores acima de $100 \text{ m}^2/\text{km}^2$ e a relação entre o aumento de %*RMSE* com o aumento de AMR_t é bastante clara. O valor de AMR_t de cerca de $1500 \text{ m}^2/\text{km}^2$ parece bastante representativo, já que tanto o %*RMSE* quanto o módulo de %*BIAS* estão em torno de 1% nesta região. Para a área maior, o %*RMSE* e o módulo de %*BIAS* chegam em 1% no ponto em que o AMR_t está em torno de $300 \text{ m}^2/\text{km}^2$.

Tabela 1: Resultados dos 21 cenários de retirada de pontos.

% retirada de pontos	Área menor				Área maior			
	\overline{At} m ²	AMR_t m ² /km ²	% <i>RMSE</i>	% <i>BIAS</i>	\overline{At} m ²	AMR_t m ² /km ²	% <i>RMSE</i>	% <i>BIAS</i>
5,0%	6,95	143	0,08%	-0,04%	16,71	1,04	0,06%	0,01%
10,0%	7,34	151	0,11%	-0,05%	17,65	1,09	0,16%	0,11%
20,0%	8,27	171	0,13%	-0,06%	19,86	1,23	0,20%	0,14%
30,0%	9,46	195	0,18%	-0,11%	22,70	1,41	0,18%	0,13%
40,0%	11,06	228	0,22%	-0,13%	26,51	1,64	0,20%	0,20%
50,0%	13,34	275	0,22%	-0,14%	31,83	1,97	0,21%	0,20%
60,0%	16,74	346	0,31%	-0,22%	39,78	2,47	0,19%	0,13%
70,0%	22,49	464	0,39%	-0,28%	53,11	3,29	0,20%	0,20%
80,0%	34,20	706	0,50%	-0,38%	79,75	4,95	0,19%	0,19%
90,0%	69,77	1.440	0,90%	-0,70%	160,00	9,92	0,17%	0,17%
95,0%	144,84	2.989	1,56%	-1,23%	321,19	19,92	0,18%	0,17%
96,0%	184,11	3.800	1,75%	-1,35%	402,11	24,93	0,17%	0,16%
97,0%	249,77	5.155	1,91%	-1,44%	537,50	33,33	0,17%	0,17%
97,5%	306,65	6.329	2,05%	-1,54%	646,15	40,06	0,17%	0,15%
98,0%	383,28	7.910	2,58%	-2,00%	810,42	50,25	0,17%	0,14%
99,0%	787,96	16.262	5,65%	-3,64%	1.636,12	101,45	0,20%	0,10%
99,5%	1.674,51	34.559	9,55%	-7,41%	3.286,08	203,76	0,52%	-0,33%
99,6%	2.138,07	44.127	12,90%	-10,15%	4.118,13	255,35	0,91%	-0,75%
99,7%	2.915,26	60.167	17,01%	-13,49%	5.520,52	342,30	1,15%	-0,87%
99,8%	4.520,32	93.293	26,09%	-23,08%	8.229,23	510,26	2,60%	-2,27%
99,9%	-	-	-	-	16.515,58	1024,06	4,56%	-3,99%

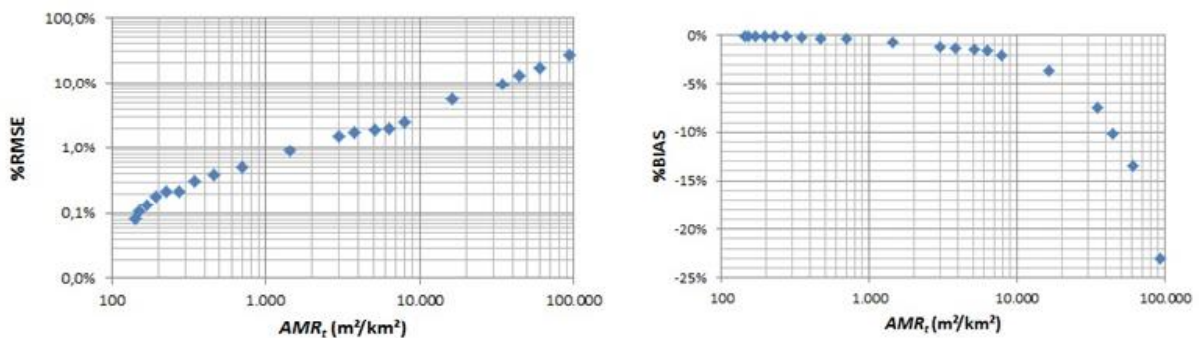


Figura 8: Área menor: %*RMSE* em função de AMR_t (área média relativa dos retângulos) (à esquerda); %*BIAS* em função de AMR_t (à direita).

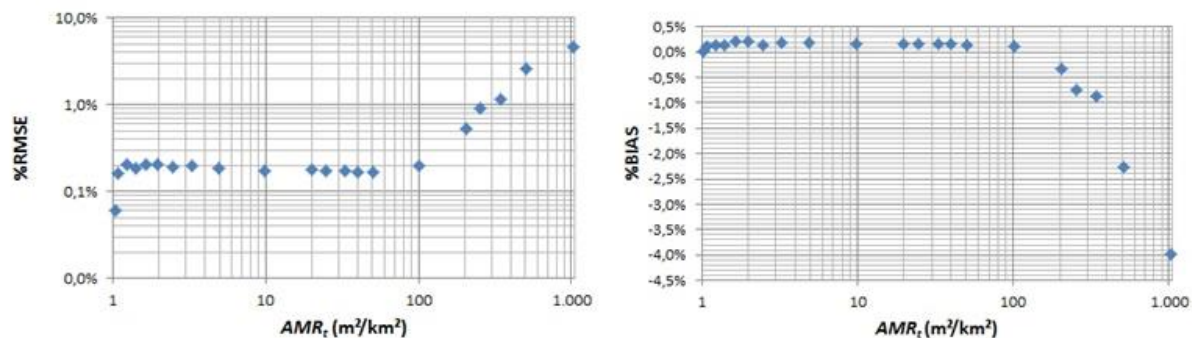


Figura 10: Área maior: %RMSE em função de AMR_t (área média relativa dos retângulos) (à esquerda); %BIAS em função de AMR_t (à direita).

CONCLUSÕES: O objetivo deste trabalho foi avaliar o impacto da quantidade de pontos por m^2 na precisão do cálculo da área numa determinada elevação, através de simulações Monte Carlo. Em áreas calculadas por triangulação, a grandeza AMR_t , dada pela relação entre área média dos triângulos em m^2 e a área plana total em km^2 , mostrou-se um bom indicativo para a precisão no cálculo da área plana. Supondo uma precisão de 1%, o valor crítico para a área maior é de cerca de $300 m^2/km^2$ e, para a área menor, o valor correspondente é de cerca de $1500 m^2/km^2$. Análises posteriores podem tentar estabelecer uma relação firme entre valores críticos de AMR_t e a área total. Há, contudo, que se ter cuidado ao extrapolar os resultados obtidos neste estudo para outros locais. As duas áreas analisadas se encontram em terrenos ondulado e acidentado, tendendo a apresentar resultados mais satisfatórios em relação a erros do que em áreas em terrenos mais suaves. A partir disto, e também para avaliar melhor as conclusões obtidas, sugere-se que novos estudos analisem os critérios e resultados obtidos no presente trabalho. Além do exposto, pode-se inferir que o número de pontos para o cálculo da área cresce no sentido inverso da diminuição do AMR_t . A partir disto, análises posteriores podem tentar relacionar o número de pontos para o cálculo da área com a sua precisão.

REFERÊNCIAS:

- ALVAREZ, Maria Victoria. Visibility analysis and DEM uncertainty propagation. **Proceedings of the 10th International Symposium of Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences**. Florianópolis, 2012.
- BOURKE, Paul. Efficient Triangulation Algorithm Suitable for Terrain Modelling or An Algorithm for Interpolating Irregularly-Spaced Data with Applications in Terrain Modelling. **3rd Pan Pacific Computer Conference**. Pequim, China, 1989. Disponível em: <<http://paulbourke.net/papers/triangulate>>.
- HUNTER, G. and GOODCHILD, M., (1997), Modeling the Uncertainty of Slope and Aspect Estimates Derived From Spatial Databases. **Geographical Analysis**, Vol. 29, No. 1, p. 35-49. New York, 2009.
- POHJOLA, Jari; TURUNEN, Jari; LIPPING, Tarmo. **Creating High-Resolution Digital Elevation Model Using Thin Plate Spline Interpolation and Monte Carlo Simulation**. Posiva Oy: Working Report 2009-56. Eurajoki, Finlândia, 2009.
- WECHSLER, S. P., July 1999. Digital elevation model (DEM) uncertainty: Evaluation and effect on topographic parameters. In: **ESRI User Conference 1999 Proceedings**. San Diego, CA, 1999. Disponível em: <<http://www.gis.usu.edu/docs/protected/procs/esri/1999/PROCEED/abstracts/a262.htm>>.
- YORIAZ, Hélio. Método de Monte Carlo: princípios e aplicações em Física Médica. **Revista Brasileira de Física Médica**; 3(1):141-9. Florianópolis, 2009.
- ZANDBERGEN, Paul A. Error Propagation Modeling for Terrain Analysis using Dynamic Simulation Tools in ArcGIS Modelbuilder. **Proceedings of Geomorphometry Conference**. Redlands, 2011. Disponível em: <<http://www.geomorphometry.org/system/files/Zandbergen2011geomorphometry.pdf>>.